

圆轴扭转强度的计算及其误差

史厚强

(陕西工学院 汉中 723003)

摘 要 通过对三个圆轴扭转强度计算公式的比较,给出了它们与真实扭转强度公式的误差函数和曲线及误差的最大值。

主题词 圆轴扭转强度 误差函数 最大值

THE CALCULATION OF TORSION STRENGTH OF CIRCULAR SHAFT AND ITS ERROR

Shi Houqiang

(Shanxi Institute of Technology)

Abstract Through the comparison of three torsion strength formulae of circular shafts, the error function, error curve and error maximum between those formulae and the formulae of true shear stress in torsion are presented.

Keywords Torsion strength of circular shaft Error function Maximum

圆轴扭转强度计算,一般均采用弹性公式,但在一些场合,也用其它一些公式。如对某些塑性较好的材料,采用理想化的模型,弹性-完全塑性公式计算,在一定的条件下,也用真实扭转强度公式^[1]。不同的公式,对于同一材料,计算的结果却差别很大。如铸铁圆轴扭转,一般按弹性公式计算,若用真实扭转强度公式计算,两者误差可达 26%^[2]。虽然,一些书籍也指出根据真实应力计算出来的真实屈服极限和按照材料力学的一般公式计算出来的名义屈服极限比较,前者小于后者^[3]。但是还需要弄清楚现在使用的三种公式计算结果之间的误差范围,以及误差的最大值,更需要了解它们之间的误差关系。本文就此进行一些探讨。

1 圆轴扭转强度公式

1.1 弹性公式

以弹性理论为基础导出的圆轴扭转公式

$$\tau = \frac{T}{W} \quad (1)$$

式中 T 为扭矩, $W = \frac{\pi D^3}{16}$ 为截面系数

只适用于低于剪切比例极限的情况,若仅作为材料性质的比较和选择,而当作扭转强度公式使用,也是允许的。

1.2 弹性-完全塑性公式

对于如碳钢类的材料,有较大的塑性变形,它们

剪应力和剪应变的关系近似可以看作理想弹塑性(图 1a)。在超过比例极限后,继续增加扭矩,横截面上屈服区域由外向内逐渐增大,而剪应力保持不变,弹性区域逐渐向内缩小,仅剩圆心附近一个很小区域是弹性的,因此可看作整个横截面上剪应力是均匀分布的,见图 1b。此时的扭矩为极限扭矩 T_p 。

$$T_p = \int_A \rho \tau_s dA$$

以 $dA = 2\pi\rho d\rho$ 代入上式积分整理得

$$\tau_s = \frac{3}{4} \frac{T_p}{W}$$

同样

$$\tau_b = \frac{3}{4} \frac{T_0}{W} \quad (2)$$

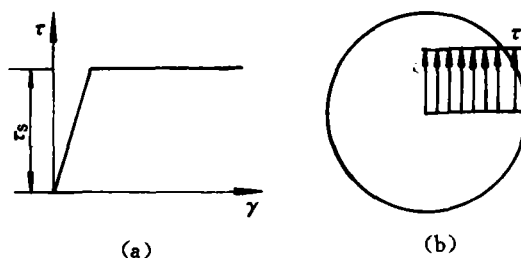


图 1 剪应力和剪应变关系

1.3 真实扭转强度公式

$$\tau_{tb} = \frac{4}{\pi d_0^3} [3T_K + \theta_K \left(\frac{dT}{d\theta} \right)_K] \quad (3)$$

其中 T_K 、 θ_K 分别为断裂前的最大扭矩和单位扭转

角。由于有 $(dT/d\theta)_K$ 项,一般只能进行图解法求解,这样影响了求解的精度,也限制了使用的范围。

式(1)和式(2)的使用受到条件的限制,超出使用范围,就会产生一定的误差。真实扭转强度公式即适合于弹性范围,也适合于塑性范围及位于两者之间的材料,因此以其为基准,与式(1)和式(2)比较,进行误差计算。

2 误差函数及最大值

2.1 弹性公式与真实扭转强度公式

用式(1)和式(3)计算圆轴扭转强度,它们的相对误差为

$$E_1 = \frac{\tau - \tau_{tb}}{\tau_{tb}}$$

将式(1)和式(3)代入上式整理得

$$E_1 = \frac{T_K - \theta_K (dT/d\theta)_K}{3T_K + \theta_K (dT/d\theta)_K}$$

将上式分子分母同除 T_K/θ_K ,可得

$$E_1 = \frac{1 - (dT/d\theta)_K / T_K / \theta_K}{3 + (dT/d\theta)_K / T_K / \theta_K}$$

令 $\frac{(dT/d\theta)_K}{T_K/\theta_K} = t$

得 $E_1 = \frac{1-t}{3+t}$ (4)

此式为相对误差与 t 的函数。

t 的几何意义可从图2得出。扭矩-扭角曲线的断裂点为 K ,按照图解法测定真实扭转强度的方法,得 T_K 和扭矩 T_B 。按式(3)可得

$$\theta_K (dT/d\theta)_K = T_K - T_B$$

因此 $t = \frac{T_K - T_B}{T_K} = 1 - \frac{T_B}{T_K}$

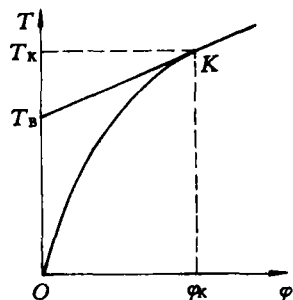


图2

在圆轴扭转试验中,试样全长的变形是均匀的,即不发生颈缩,所以在扭转曲线上就没有如拉伸实验时曲线的下降。那么上式中的 T_B 只能小于等于 T_K , t

的值小于等于1。

当 $(dT/d\theta)_K = 0$,即 $T-\phi$ 曲线近似于水平线时, $t=0, E_1 = \frac{1}{3}$ 。

当 $(dT/d\theta)_K = \frac{T}{\theta} = \text{常数}$,即 $T-\phi$ 曲线在弹性范围内。 $t=1, E_1 = 0$ 。

因此 E_1 的范围在 $[0, \frac{1}{3}]$, t 的范围在 $[0, 1]$ 。在 t 的取值范围内取值得到 E_1 ,做 $E_1(t)$ 的图象如图3中 a 线。

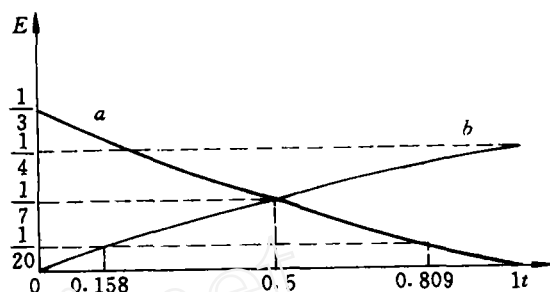


图3

2.2 弹性-完全塑性公式与真实扭转强度公式

用式(2)和式(3)计算圆轴扭转强度,它们的相对误差为

$$E_2 = \left| \frac{\tau_b - \tau_{tb}}{\tau_{tb}} \right|$$

将式(2)和式(3)代入上式整理得

$$E_2 = \left| \frac{-\theta_K (dT/d\theta)_K}{3T_K + \theta_K (dT/d\theta)_K} \right|$$

将上式分子分母同除 T_K/θ_K ,并令

$$\frac{(dT/d\theta)_K}{T_K/\theta_K} = t$$

得 $E_2 = \frac{t}{3+t}$ (5)

t 的取值范围仍为 $[0, 1]$, E_2 的取值范围为 $[0, \frac{1}{4}]$ 。同样可以做出 $E_2(t)$ 的图象如图3中的 b 线。

3 讨论

(1) 由于 t 的取值较3小得多,所以式(4)和式(5)的分母基本为定值,两个误差函数 $E_1(t)$ 和 $E_2(t)$ 近似为直线,其斜率约为 $1/3$ 。

(2) 从式(4)可以看出,当 T_K/θ_K 保持不变,而 $(dT/d\theta)_K$ 增大,则 t 变大,而 E_1 变小。即材料扭断时的 $T-\phi$ 曲线越靠近弹性区域,误差就越小;反之当材料达到完全塑性时断裂,此时用弹性公式计算,则

误差达到最大值 33.3%。如低碳钢类的材料,破坏时的 $(dT/d\theta)_K$ 近似等于零,即 $T-\phi$ 曲线近似水平线。

(3) 从式(5)可以看出, T_K/θ_K 保持不变, $(dT/d\theta)_K$ 增大, t 变大, E_2 变大。即材料扭断时的 $T-\phi$ 曲线越靠近弹性区域,此时用弹性-完全塑性强度公式计算,则误差达到最大值 25%。

(4) 对于某一定值 t ,从图 3 可以看出,选用不同公式计算圆轴扭转强度,可以带来不同的误差。当 $t < 0.5$ 时,选用弹性-完全塑性公式;当 $t > 0.5$ 时,选用弹性公式误差较小;当 $t = 0.5$ 时,选用式(1)和式(2)误差均为 14.28%。

若使 E_1 和 $E_2 < 5\%$,此时 t 的值分别为 0.809

和 0.158。即要使选用的公式满足工程要求,只有在 t 在 $0 \sim 0.158$ 内时,选用式(2); t 在 $0.809 \sim 1$ 内时,选用式(1)时,才能实现。

参 考 文 献

- 1 GB10128—88. 金属室温扭转试验方法. 北京: 国家技术监督局, 1988.
- 2 何惠际. 圆轴弹塑性扭转的理论和实验. 力学与实践, 1991, 13(3): 61~63
- 3 [苏] Я. Б. 弗里德曼. 金属机械性能. 北京: 机械工业出版社, 1982. 41~44

收稿日期: 1998-03-30

(上接第 12 页)

服强度。而晶粒大小对蠕变强度的影响也可用等强温度的概念予以解释。一般说来,粗晶粒的金属材料比细晶粒材料的高温强度高,是因单位体积内晶粒间界面积和晶粒所占的体积比例不同。在高温时,晶界虽然是薄弱环节,但粗晶材料的晶界面积相对要少,所以强度提高^[3]。但本次研究发现,奥氏体粗晶钢在正火状态下的低温韧性较差,这可能是由于粗晶的影响及钢中偏析带上析出一定量的粒状贝氏体(见图 3)。因粒状贝氏体属马氏体和奥氏体的混合物,其上保留了原奥氏体晶界,这种晶界易为杂质偏聚或沉淀相析出而使钢材变脆,另外粒状贝氏体的解理小平面几乎等于原奥氏体晶粒的尺寸^[4],同时位错密度较高,其晶粒较粗大,因而导致钢的低温韧性降低,冷脆转变温度提高。

性降低,冷脆转变温度提高。

4 结 论

- (1) SA515 钢经正火处理后,低温韧性较差,不宜低温使用;若低温使用,必须经淬火+高温回火。
- (2) SA515 钢经淬火+高温回火处理后,其组织细化程度最高,各项性能最佳。
- (3) SA515 钢经正火处理,组织为先共析铁素体+珠光体,晶粒度为 8 级。
- (4) SA515 钢经 $930 \pm 10^\circ\text{C}$ 渗碳保温 8h 后,奥氏体晶粒度为 4 级。
- (5) SA515 钢经用户使用,各种性能完全满足使用要求。

参 考 文 献

- 1 浙江大学,上海机械学院,合肥工业大学合编. 钢铁材料及热处理工艺. 上海: 上海科学技术出版社, 1978. 194
- 2 [美]赫次伯格 R W. 工程材料的变形与断裂力学. 北京: 机械工业出版社, 1982. 9
- 3 兰州大学编. 金属力学性能. 兰州: 兰州大学出版社, 1974.
- 4 杨安静. 理化检验-物理分册, 1982; 18(6): 48

收稿日期: 1998-04-27

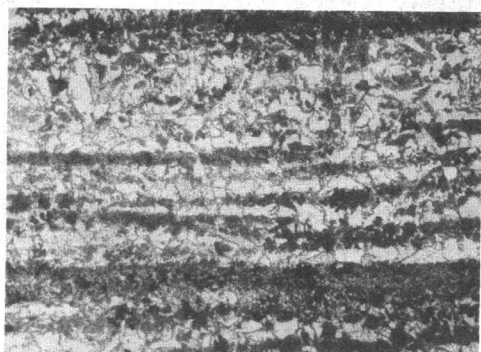


图 3 铁素体+珠光体+粒状贝氏体 100×

本 刊 启 事

中国机械工程学会理化检验分会原定于今年第四季度召开的“全国金相物理、力学性能专业技术交流会”因故延期,故本刊原定今年的第 11 和 12 期出合刊作为该会议专辑的计划取消。今年的第 11 和 12 期仍按月分期出版。特此敬告读者。